**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

**ДИСЦИПЛИНЫ:**

* Комбинаторные методы дискретной математики;
* Компьютерная математика;
* Дискретное программирование.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Кузнецов О. П. Дискретная математика для инженера: учеб. пособие.

2. Балюкевич Э.Л. Дискретная математика: учеб. пособие.

3. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие.

4. Задачи по дискретной математике/ С.В. Борзунов, С.Д. Кулагин.

5. Лекции по дискретной математике: Учеб. пособие /В.Б. Алексеев.

**Интернет-ресурсы:**

1. [http://znanium.com](http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=477949)
2. <http://www.biblioclub.ru>
3. <http://www.biblio-online.ru>

***Дискретная или конечная математика*** изучает конечные множества, различные структуры и операции на них.

***Дискретная математика –*** область математики,в которой исследуются свойства структур конечного характера, а так же бесконечных структур, предполагающих скачкообразность происходящих в них процессов или отделимость составляющих их элементов.

***ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ ДИСКЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ:***

***Теория множеств, комбинаторика, общая алгебра, теория графов, теория алгоритмов, теория автоматов, теория кодирования и др.***

## **ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА**

* ***Множество –*** это объединение отдельных объектов в единое целое (***Георг Кантор***, создатель теории множеств).

Объекты этого множества называются ***элементами*** множества.

* ***Множеством*** называют совокупность объектов (элементов), объединенных по определенному признаку.

**Обозначения:**

***А, В, С, … –*** множества,

***а, b, c, …, x, y, z –*** элементы множества.

Символ **∈** обозначаетпринадлежность.

Запись  означает, что элемент *x* принадлежит множеству *A*.

Если элемент *x* не принадлежит множеству *A*, то пишут .

Совокупность элементов является **множеством**, если существуют **правила**:

1. определения принадлежности элементов данной совокупности,
2. отличия элементов друг от друга (множество не может содержать двух одинаковых элементов).

**СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ**

1. ***Перечислением*** всех элементов, входящих в множество.

***А = {а1, а2, …, аn}***

(множество А состоит из элементов ***а1, а2, …, аn***).

Перечислением можно задавать только ***конечные***множества.

1. ***Описанием*** характеристических свойств, которыми обладают все элементы множества.

Обозначают: ***А = {а| P(a)}.***

***Характеристический предикат (условие)***

***А = {x: P(x)} –*** это высказывание***,*** позволяющее установить принадлежность объекта ***х*** множеству ***А***.

1. ***Порождающая процедура* *А = {x: = f} –*** это процедура, которая в результате работы порождает объекты, являющиеся элементами определенного множества.

**ПРИМЕРЫ**

1.  ***–*** произвольное множество (задано перечислением).
2.  ***–*** множество (задано описанием, формулой).
3.  ***–*** отрезок.

Множество точек отрезка можно записать следующим образом: .

**Обозначения множеств чисел**:

 ***–*** множество натуральных чисел;

 ***–*** множество целых чисел;

 ***–*** множество рациональных чисел, где ***p*** и ***q*** – целые числа;

***R*** = ***(– ∞, + ∞) –*** множество действительных чисел;

***C*** – множество комплексных чисел.

***Мощностью***  ***конечного множества А*** называется количество элементов, содержащихся в этом множестве.

Различают множества с ***конечным и бесконечным числом элементов***. Множество называется ***счетным***, если все элементы множества можно перенумеровать.

Например, множество  ***–*** конечно.

Множества  и  ***–*** бесконечны.

Множество  и  ***–*** счетно,

 ***–*** не счетно.

 для конечного множества совпадает с числом элементов множества.

Множество называется ***конечным***, если оно состоит из конечного числа элементов.

Частный случай – **единичное** (одноэлементное) множество.

Множество называется ***бесконечным***, если его элементы нельзя пересчитать.

Пример – множество натуральных чисел.

Множество называется ***пустым (***Ø***)***, если не содержит ни одного элемента.

## **МНОЖЕСТВО ПОДМНОЖЕСТВ**

Множество А, все элементы которого принадлежат и множеству В, называется ***подмножеством (частью) множества*** В.

Это отношение между множествами называют ***включением*.**

Множество ***А*** является ***подмножеством множества*** ***В***, если, элемент, принадлежащий множеству ***А***, принадлежит и множеству ***В***.

Обозначение того, что ***А*** есть подмножество множества ***В***: знак (**⊆**).

.

Символ ⊆ обозначает ***отношение включение*** между множествами.

***Подмножество множества*** ***–*** это множество, составленное из произвольного набора элементов основного множества.

Множество ***В*** называют ***надмножеством*** множества ***А***.

**ПРИМЕР**

Подмножества для множества

: .

***Показательным множеством (***или ***булеаном)*** множества А есть множество всех подмножеств множества А:

***2А***= ***{x: х*⊆ А*}***

Множество ***U***, содержащее все возможные элементы рассматриваемых множеств, называется ***универсальным***.

Универсальное множество ***U*** в качестве подмножества содержит любое из множеств, встречающихся в рассматриваемой задаче.

**ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ**

Пусть имеются два множества ***А*** и ***В***.

1. ***Операция равенства множеств***

Два ***множества равны***, если они состоят из одних и тех же элементов.

, где «and» означает «и».

1. ***Операция объединения (суммы)*** ***множеств***

***Объединением (***или ***суммой)***множеств ***А*** и ***В*** называется множество, состоящее из элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из этих множеств.

***А + В = {х: *** или ***}.***



***Объединение произвольной системы множеств А1, А2, …, An:***

***А1******А2******…******An =***{***х: x*** ∈ ***Аi, (1 ≤ i ≤ n***)}.

1. ***Операция*** ***пересечения (произведения***) ***множеств***

***Пересечением* (**или ***произведением***) множеств А и В называется множество всех элементов, принадлежащих одновременно как А, так и В.

***АВ*** = {***х****: * и *}.*



1. ***Операция разности множеств***.

***Разностью* (*теоретико-множественной разностью*) *А\ В* (*А – В*)** множеств ***А*** и ***В*** называется множество, состоящее из элементов ***А,*** не входящих в множество ***В.***

Порядок множеств существенен.

***А\ В = {х:*** ***х***  ***А*** и ***х*** ***В***}.



1. ***Операция симметричной разности двух множеств***

() – это объединение разности множеств, в прямом и обратном порядке:

***А*** ***В*** = ***(А\ В)  (В\ А)***

***А*** ***В*** = ***{х:*** ***(х***  ***А*** и ***х*** ***В)*** или

***(х***  ***В*** и ***х*** ***А)}***.

1. ***Дополнение множества*** ***А***

 – это множество, включающее в себя все элементы, принадлежащие универсальному множеству ***U*** и не принадлежащие множеству *А*. 

Разность между универсальным множеством *U* и множеством *А*.

1. ***Прямым (декартовое) произведением множеств А*** и ***В*,** называется новое множество , которое состоит из упорядоченных пар чисел (***а, b***), причем таких, что 1-й элемент , а 2-й элемент .

Прямое произведениесостоит из всевозможных пар:

.

**Замечание.** **–** унарная операция,

***АВ, АВ, А\ В, А*** ***В,***  **–** бинарные операции.

**ПРИМЕР**

Даны множества  и .

Найти результаты операций над множествами А и В.

1. .

2. .

3. .

4. .

5. .

6. .

7.



# АЛГЕБРА МНОЖЕСТВ

Пусть задан универсум ***U***. Тогда для множеств ***А, В, С******U*** выполняются следующие свойства.

1. ***Идемпотентные законы:***

***А******A = А, А***∩ ***A = А***

1. ***Законы тождества:***

***А******U = U, А***∩ ***U = А***

***А ∪ ∅ = А, А ∩ ∅ = ∅***

1. ***Законы дополнения***
2. ***Законы коммутативности***

***А******B = B*** ***A***, ***А*** ∩ ***B = B* ∩** A

1. ***Законы ассоциативности***

***(АB) C = А(BC)***

***(А* ∩** ***B)* ∩** ***C = А* ∩** ***(B* ∩** ***C)***

1. ***Законы дистрибутивности***

***А******(B* ∩ *C) = (А******B)* ∩ (A*****C)***

***А* ∩ *(B***  ***C) = (А* ∩ *B)***  **(A ∩ *C)***

1. ***Законы поглощения:***

***А******(А* ∩ *B) = А А*∩ *(А******B) = А***

1. ***Законы де Моргана***

**Принцип двойственности.**

Символы ****** и **∩, *∅*** и ***U*** называются двойственными друг другу. Если в любом законе заменить символ на двойственный ему, то получится один из законов.

**Пример. *Даны множества А, В, С и универсальное множество U. Необходимо проверить выполнение законов: дополнения***

***(А*** ***= U, А***∩ ***= ∅),***

***ассоциативности, поглощения дистрибутивности и де Моргана.***

, , , 

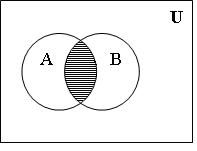
***ДИАГРАММЫ ВЕННА*** (***КРУГИ ЭЙЛЕРА***)

***Л. Эйлер (1707 – 1783) –*** математик, механик и физик.

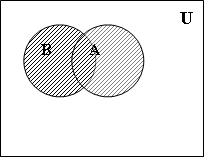
***Дж. Венн*** ***(1834 – 1923) –*** создатель диаграммнойтеории множеств различной природы.

***Диаграммы Эйлера – Венна***

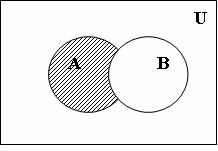
1. ***Пересечение*** (***произведение***) ***А******В*** множеств ***А*** и ***В:***



1. ***Объединение*** (***сумма***) ***А******В*** множеств ***А*** и ***В***:



1. ***Разность* А\В(А – В)** множеств ***А*** и ***В:***



1. ***Дополнение множества*** ***А*** ():

**U**

1. ***Симметрическая разность* *А******В: ?***

**Задание**. Заполнить таблицу

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |